فصل هشتم: ۸

ستونهای لاغر

- ☑ **ستونهای لاغر تحت اثر فشار محوری**
- ☑ **ستونهای لاغر تحت اثر مشترک فشار محوری و لنگر خمشی**

ستون لاغر بدون انتقال جانبی(مهار شده)

ستونهای لاغر با انتقال جانبی (مهار نشده)

معیارهای تعیین مهارشدگی قابها

- ☑ **روشهای آئین نامه ای طراحی ستونهای لاغر**

روش تشدید ممانهای خمشی

قاب مهار شده

قاب مهار نشده

حداقل خروج از مرکزیت بار

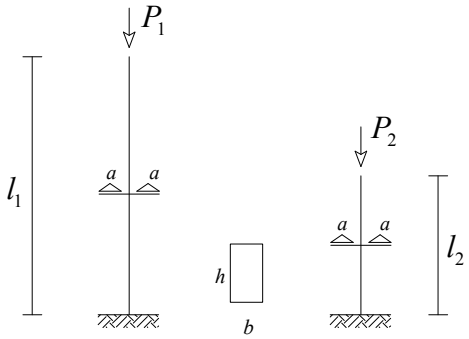
- ☑ **روش تقلیل ظرفیت بار بری**
- ☑ **اثر لاغری در ستونهای تحت اثر خمش در محوره**
- ☑ **تشدید ممان خمشی در تیرهای متصل به ستون**

ستون های لاغر:

ستونی را لاغر گویند که ابعاد مقطع آن، در مقایسه با طولش کم باشد. برای تعیین لاغری از ضریبی به نام **"ضریب لاغری"** استفاده می کنند.

$$\lambda = \frac{K.L}{\mathrm{r}}$$

نکته: در دو ستون با سطح مقطع یکسان و طول نامساوی ستونی که دارای طول بلندتر می باشد تحت نیروی فشاری کوچکتر (به علت پدیده کمانش) از بین می رود.



$P_1 < P_2$
$l_1 > l_2$

۱. ستونهای لاغر تحت اثر فشار محوری

نیرویی که باعث از بین رفتن یک ستون لاغر مستقیم، تحت فشار محوری می گردد به نام بار بحرانی کمانش (اولر) تعریف می گردد.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2.E.I}{(KL)^2}$$

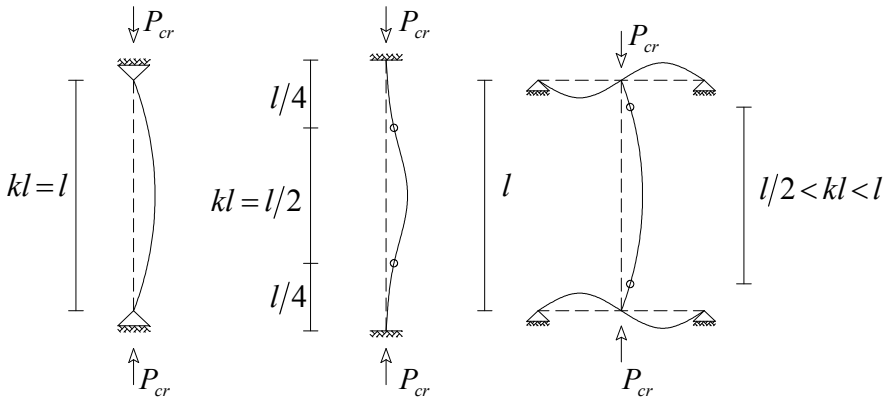
I : ممان اینرسی حداقل مقطع

KL : طول موثر کمانش

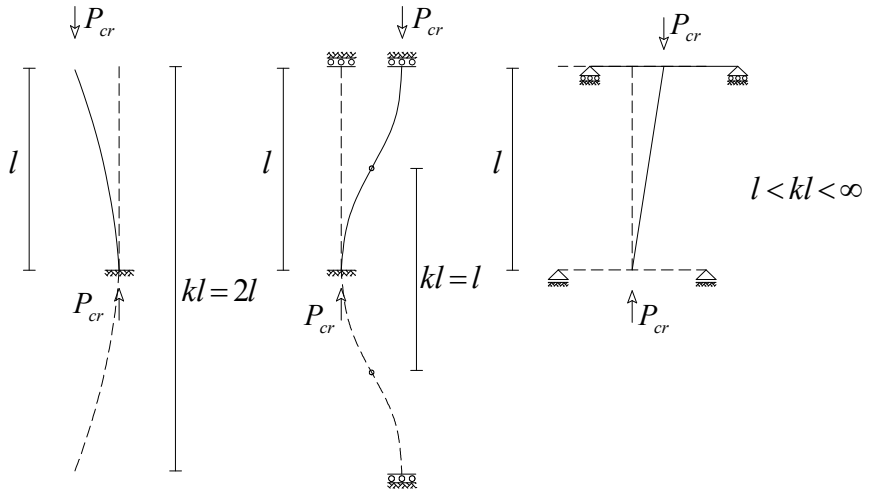
E_t : مدول الاستیسیته مماسی

نکته: ضریب KL طول موثر ستون می باشد که بستگی به شرایط گیرداری انتهای ستون دارد و برای چند نوع ستون به صورت زیر می باشد.

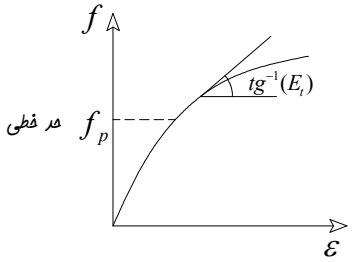
الف) ستون بدون انتقال جانبی:



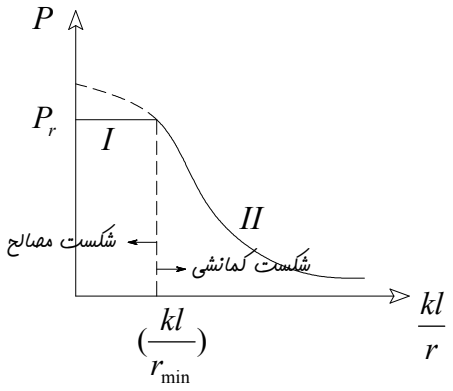
ب) ستون با انتقال جانبی:



نکته: در مورد اعضای بتنی، نمودار تنش-کرنش مطابق شکل است که در آن f_p تنش حد خطی مصالح می باشد و در صورتی که تنش $\frac{P_{cr}}{A}$ از f_p کمتر گردد، مدول E_t همان E (مدول الاستیسیته) می باشد و در صورتی که $\frac{P_{cr}}{A}$ بیشتر از f_p گردد، E_t تبدیل به مدول مماسی (تانژانت زاویه مماس بر نمودار تنش-کرنش) می گردد که با افزایش تنش مقدار E_t کاهش می یابد.



نمودار بار بحرانی ستون در مقابل ضریب لاغری به صورت زیر می باشد که به" **منحنی ستون**" معروف است.



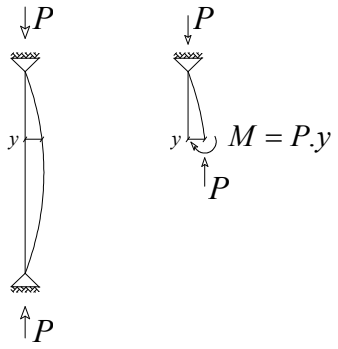
I) $P_r = 0.85 f_{cd}.(A_g - A_{st}) + A_{st}.f_{yd}$

II) $P_{cr} = \frac{\pi^2.E.I}{(KL)^2}$

در نمودار فوق برای ضریب لاغری های کوچک شکست ستون در اثر شکست مصالح و برای لاغری های بزرگتر شکست ستون در اثر" **پدیده کمانش**" رخ می دهد.

شکست در اثر پدیده کمانش:

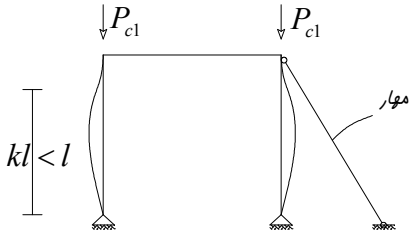
اگر یک ستون ساده (دو سر مفصل) از مصالح الاستیک را در نظر بگیریم که تحت اثر نیروی فشاری خالص قرار دارد، ستون در اثر نیروی فوق انحنا پیدا می کند و در هر مقطع مانند $a-a$ از ستون علاوه بر نیروی محوری لنگر خمشی $M = P.y$ نیز عمل می کند. تغییر شکل جانبی y به طور تسلسلی افزایش می یابد (لنگر باعث ایجاد انحنا و انحنا باعث افزایش لنگر می گردد) تا اینکه تنشهای ناشی از خمش افزاینده با تنشهای نیروی فشاری اولیه باعث از بین رفتن ستون می گردند.



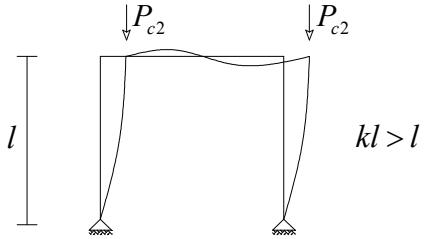
نکته: در مورد ستونهای لاغر تحت بار محوری می توان گفت :

۱. **ظرفیت فشاری عضو تحت فشار، با افزایش ضریب لاغری کاهش می یابد.**

۲. **در ستونهایی که از انتقال جانبی دو انتهای آن جلوگیری شده یا ستونهایی که جزئی از یک قاب مهار بندی شده در مقابل انتقال جانبی می باشند طول موثر KL بسته به درجه گیرداری دو انتهای آن بین L و $L/2$ می باشد. (در جهت اطمینان $K = 1$ در نظر گرفته می شود.)**



۳. **در ستونهایی که انتقال جانبی دو انتهای آن آزاد است یا ستونهایی که جزئی از یک قاب مهار نشده هستند طول موثر KL همیشه از L بزرگتر است و هر چه درجه گیرداری دو انتها کم شود طول موثر بزرگتر می گردد. ($K > 1$)**



۴. **بار کمانشی قاب مهار شده به مراتب بزرگتر از بار کمانشی قاب مهاربندی نشده می باشد. ($P_{c2} < P_{c1}$)**

۲. ستونهای لاغر تحت اثر مشترک فشار محوری و لنگر خمشی

اغلب ستونهای بتن مسلح علاوه بر نیروی محوری فشاری تحت لنگر خمشی ناشی از

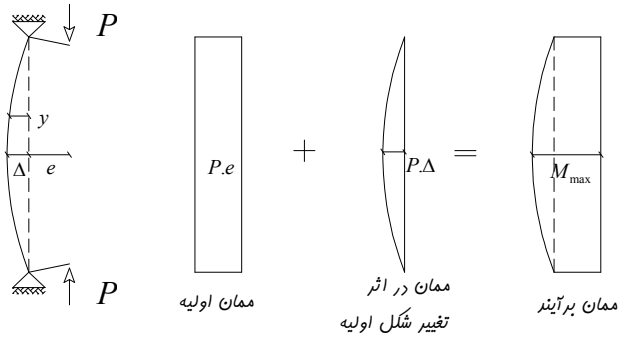
- بارگذاری جانبی
- لنگر انتهایی ناشی از یکپارچگی اتصالات

قرار دارند و ستونهای لاغری که فشار محوری را به همراه خمش تحمل می کنند ممکن است دچار کاهش مقاومت ناشی از خیز جانبی گردند.

نکته: قابهای ساختمانی به دو دسته مهار شده و مهار نشده تقسیم می گردند. در یک قاب مهار شده از انتقال جانبی دو انتهای ستون (با ایجاد دیوار برشی یا مهاربند) جلوگیری می شود ولی در قابهای مهار نشده انتقال جانبی دو انتهای ستون آزاد است.

۲-۱. ستون لاغر بدون انتقال جانبی(مهار شده)

با رجوع به تصویر زیر ممان وارده در دو انتها $M_0 = P.e$ موسوم به ممان اولیه باعث ایجاد خمش در ستون می شود که این بر خروج از مرکزیت موثر بار در مقاطع دور از دو انتها، اضافه خواهد شد.



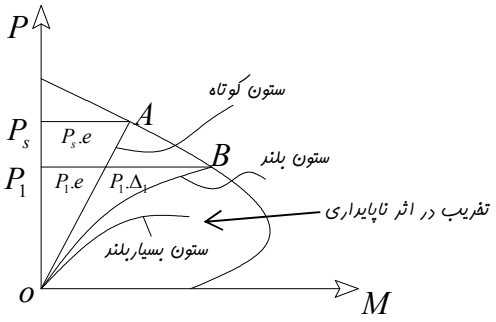
اگر Δ برابر خیز جانبی ستون در وسط ارتفاع باشد، حداکثر ممان خمشی در این مقطع برابر است با:

$$M_{max} = P.(e+\Delta) = P.e + P.\Delta = M_0 + P.\Delta$$

M_0 : ممان اولیه

$P.\Delta$: ممان اضافه شده در اثر خیز ستون که ممان $P.\Delta$ نیز نامیده می شود.

نکته: خیز Δ بستگی به مقدار ممان دارد و ممان هم بستگی به مقدار P دارد لذا تغییرات M_{max} نسبت به P غیرخطی بوده و سرعت افزایش M_{max} از سرعت افزایش بار P به علت افزایش $P.\Delta$ بیشتر است.



اگر منحنی ظرفیت P-M یک ستون با دو طول مختلف و با مقطع و مشخصات مکانیکی ثابت را رسم کنیم، (شکل بالا) می توان در مورد آنها گفت:

۱. اگر ستون کوتاه باشد، خیز جانبی آن در حد غیر قابل توجهی کوچک خواهد بود و حداکثر ممان نسبت به e بطور خطی بزرگ می شود.

$$M_{\max} = \mathrm{P.e}$$

۲. اگر ستون بلند باشد، مقدار خیز Δ ناشی از افزایش بار، دیگر غیر قابل توجه نبوده و ممان حداکثر در امتداد منحنی OB تغییر خواهد کرد.

$$M_{\max} = \mathrm{P.(e+\Delta)}$$

۳. در صورتی که ستون بسیار بلند باشد تخریب ستون در اثر ناپایداری بوده و دیگر به منحنی ظرفیت نمی رسد.

نکته: هر نقطه روی نمودار نشانگر مرز تخریب است .

همانطور که دیده می شود تغییر شکل زیاد باعث افزایش لنگر در ستون یا تشدید ممان می گردد و مقدار تغییر شکل به دو عامل بستگی دارد

- ممانهای انتهایی ستون و نسبت آنها $\frac{M_1}{M_2}$
- نزدیکی P به P_{cr}

بنابراین ضریب تشدید ممان با توجه به این دو عامل در نظر گرفته می شود.

تاثیر نزدیکی P به P_{cr} در افزایش میزان Δ و تشدید لنگر:

مقدار تغییر شکل جانبی ستون Δ علاوه بر آنکه به مقدار ممانهای انتهایی ستون بستگی دارد ، به مقدار قابل ملاحظه ای به دوری یا نزدیکی بار محوری P به بار بحرانی P_{cr} وابسته است.

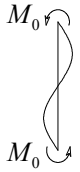
هر اندازه P به P_{cr} نزدیکتر باشد Δ بیشتری می توان انتظار داشت. محاسبه دقیق Δ بر حسب p قدری پیچیده و خسته کننده می باشد لذا از روابط ساده شده آن استفاده می گردد.

الف) رابطه زیر با تقریب قابل قبولی برای یک ستون خم شده به صورت انحنای ساده متقارن، با ممانهای انتهایی مساوی $M_0 = P.e$ ، مقدار ممان ماکزیمم را بیان می کند.

$$M_{max} = M_0 + P.\Delta$$
$$M_{max} = M_0.\frac{1}{1-\frac{P}{P_{cr}}} = M_0.\ (\text{ضریب تشدید لنگر})$$

نکته : ممان ماکزیمم اولیه برای ستون با شرایط ذکر شده در بالا در میان ارتفاع و ممان ماکزیمم $P.\Delta$ هم در همان مقطع بوجود می آید که می توان آنها را با هم جمع کرد.

ب) برای یک ستون خم شده با انحنای مضاعف و لنگرهای انتهایی مساوی $M_0 = P.e$ ممان ماکزیمم به صورت زیر بدست می آید.



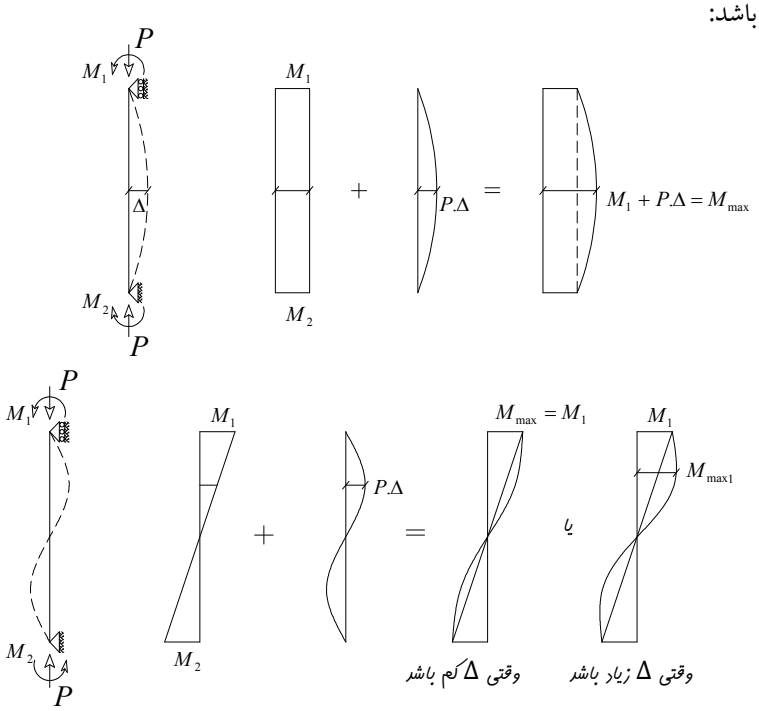
$$M_{max} = M_0.\frac{1}{1-\frac{P}{4P_{cr}}} = M_0.\ (\text{ضریب تشدید لنگر})$$

نکته: با مقایسه دو رابطه بالا دیده می شود که تشدید تغییر شکل جانبی و لنگر در حالت انحنای مضاعف به مراتب کوچکتر می باشد.

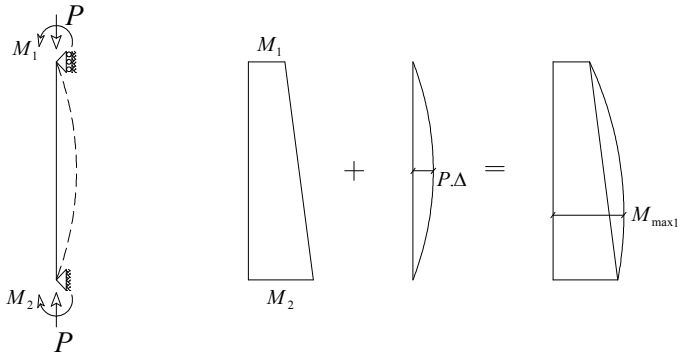
تاثیر ممانهای انتهایی و نسبت آنها در افزایش مقدار Δ و تشدید لنگر:

برای ستونهای نشان داده شده در تصویر زیر ممان ماکزیمم اعمال شده (ممان اولیه) در انتهای ستونها قرار دارد در حالی که خیز جانبی و تشدید ممان ناشی از آن در نقاطی دور از دو انتها رخ می دهد.

اگر $M_2 = M_1$ باشد:



اگر $M_2 \neq M_1$ باشد:



نکته: به ازای ممانهای انتهایی نامساوی در ستونهای مهار شده در برابر حرکت جانبی، مقادیر ماکزیمم ممانهای اولیه و P.Δ در مقاطع گوناگونی رخ می دهند و مستقیماً قابل جمع کردن نیستند به همین جهت در روابط تشدید ممان از ضریب C_m استفاده می گردد

ضریب C_m طوری بدست می آید که ممانهای انتهایی $C_m . M_2$ تولید انحنای ساده متقارن بنماید و ممان ماکزیمم بوجود آمده برابر مقداری شود که در اثر ممانهای واقعی M_1 و M_2 بوجود می آید. لذا با جایگزینی ممان واقعی با ممان یکنواخت معادل $C_m . M_2$ برای ستونهای مهار شده در برابر حرکت جانبی می توان اثر لنگرهای انتهایی را به صورت زیر در ضریب تشدید لنگر ستون وارد کرد.

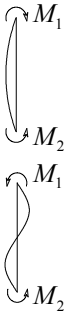
$$M_{max} = M_2 . C_m . \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \geq M_2$$

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$

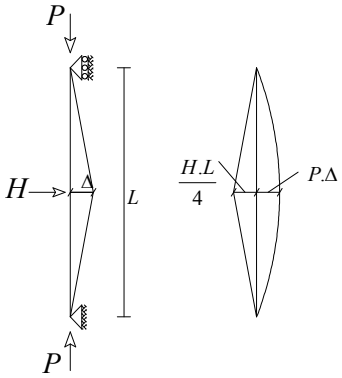
از آنجایی که تشدید لنگر ناشی از نیروی محوری زمانی که انحنای ستون ساده باشد و محل لنگر ماکزیمم و لنگر $P.\Delta$ بر هم منطبق باشند بیشتر است لذا برای نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ به صورت زیر قرارداد علامت در نظر می گیریم. (M_1 ممان کوچکتر و M_2 ممان بزرگتر دو انتهای ستون).

نکته:

- **نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ مثبت فرض می شود اگر ستون دچار انحنای ساده شود.**
- **نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ منفی فرض می شود اگر ستون دچار انحنای مضاعف شود.**

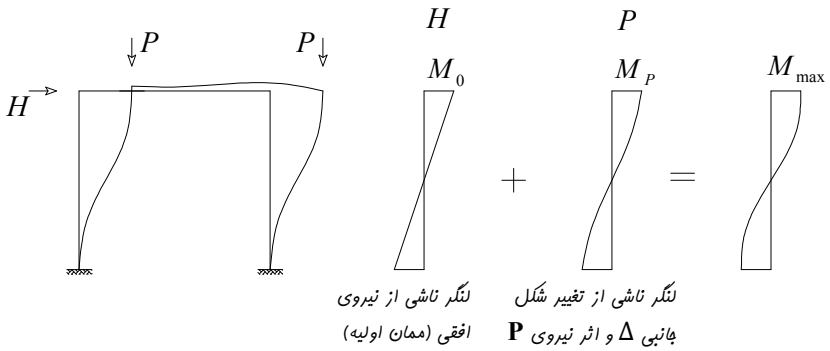


نکته: اگر در روی عضو، بار جانبی داشته باشیم احتمال اینکه محل لنگر خمشی حداکثر ناشی از بارهای جانبی منطبق بر محل تغییر شکل حداکثر باشد زیاد است (اگر بارگذاری متقارن باشد این دو محل بر یکدیگر منطبق می شوند) لذا منطقی است که $C_m = 1$ در نظر گرفته شود.



۲-۲. ستونهای لاغر با انتقال جانبی (مهار نشده):

در ستونهای واقع در قابهای مهار نشده، تشدید ممانها اهمیت بیشتری دارند و ماکزیمم مقادیر ممان اولیه M_0 و حداکثر مقادیر ممان در اثر جابجایی، هر دو در انتهای ستونها رخ می دهند و با یکدیگر جمع می شوند لذا $C_m = 1$ در نظر گرفته می شود.



معیارهای تعیین مهارشدگی قابها:

در بالا اشاره ای به قابهای مهار شده و مهار نشده داشتیم. ساختمانهای واقعی به ندرت کاملا" مهار شده یا به طورکامل بدون مهار هستند. برای برآورد اثر جانبی، آئین نامه بتن ایران عنوان می کند که یک طبقه از قاب وقتی مهار شده است که

تغییر مکان جانبی نسبی تراز فوقانی نسبت به تراز تحتانی آن طبقه ناچیز باشد. برای این منظور چنانچه طبق رابطه زیر، ضریب پایداری طبقه کوچکتر از ۰/۰۵ باشد طبقه، مهار شده جانبی تلقی می شود. در این وضعیت تمام ستونهای واقع در طبقه اصطلاحا" مهار شده تلقی می شوند.

$$Q = \frac{\sum P_u . \Delta_u}{H_u . h_s} < 0.05$$

Q_u: ضریب پایداری طبقه

$\sum P_u$: مجموع بار محوری فشاری نهایی ستونهای طبقه

H_u : برش نهایی طبقه

Δ_u : تغییر مکان نسبی جانبی تراز فوقانی نسبت به تراز تحتانی طبقه که از یک تحلیل الاستیک معمولی تحت نیروهای جانبی بدست می آید.

h_s : ارتفاع طبقه

همچنین آیین نامه تصریح دارد که برای اینکه ستونهای یک طبقه از ساختمان در یک امتداد (x یا y) مهاربندی شده در نظر گرفته شوند، باید مجموع سختی (EI/L) اجزای مهاربندی (دیوار برشی و غیره) در آن طبقه و امتداد، بزرگتر از ۶ برابر مجموع سختی های تمام ستونها در آن طبقه باشد. با توجه به مساوی بودن ارتفاع ستونهای یک طبقه، به جای سختی می توان از ممان اینرسی استفاده کرد.

یعنی اگر مجموع ممان اینرسی دیوار برشی از ۶ برابر مجموع ممان اینرسی ستونها بیشتر باشد می توان آن طبقه را مهار شده لحاظ کرد.

I_{COL} : ممان اینرسی ستون

I_{wall} : ممان اینرسی دیوار برشی

نتایج:

۱- خیز جانبی ستون ایجاد ممان های اضافی بزرگی می نماید که عموماً ظرفیت باربری ستون را کاهش می دهد.

۲- ممان اولیه ذکر شده در این بخش عبارتست از: ممان بدون در نظر گرفتن اثرهای $P.\Delta$ و در مورد ستون واقع در یک قاب توسط آنالیز الاستیک عادی تعیین می گردد، که در آن اثر تغییرات هندسی قاب ناشی از تغییر مکان ها (ممان اولیه $P.\Delta$) نادیده گرفته شده است که می توان اثرهای لاغری را در عضوهای فشاری به طور تقریبی با بزرگ نمودن ممانهای اولیه (تشدید ممان) در اثر انحنای عضو و تغییر مکان جانبی محاسبه نمود.

۳- ضریب تشدید ممان ناشی از انحنای عضو عمدتاً به نسبت بار محوری اعمال شده به بار بحرانی و نسبت ممانهای انتهایی M_1/M_2 بستگی دارد که :

*** ضریب تشدید در ستونهای مهار نشده از مهار شده بیشتر است.**

۴- ستونهای آزاد در برابر جابجایی جانبی، ضعیف تر از ستون های مهار شده هستند و تشدید ممان اعمال شده، در اثر جابجایی جانبی و نیز در اثر انحنای عضو می باشد.

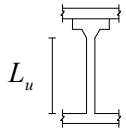
توجه:

معادلات تشدید ممان برای یک ستون دو سر مفصل بدست آمد لذا این معادلات باید برای حالتهای دیگر، که گیرداری در دو انتهای ستون وجود دارد اصلاح گردند این تصحیح با استفاده از طول موثر ستون $K.L_u$ در محاسبه لاغری صورت می گیرد.

L_u : طول آزاد ستون

طول آزاد عضو فشاری برابر است با فاصله آزاد بین دالهای طبقات، تیرها یا سایر قطعاتی که قادر به ایجاد تکیه گاه جانبی برای آن عضو باشند.

نکته: در صورتی که ستون دارای کتیبه یا سرستون باشد طول آزاد آن تا سطح تحتانی کتیبه یا سرستون محاسبه می شود.



K : ضریب طول موثر

طول مؤثر KL یک ستون برابر با فاصله بین دو نقطه عطف ستون تغیر شکل یافته در جهت جانبی است. ستونها در ساختمان ها عموما به تیرها متصل هستند که در انتهای ستونها قدری گیرداری چرخشی به وجود می آورند.

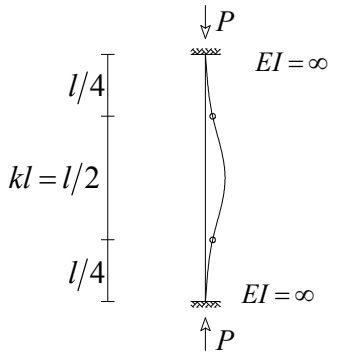
مقدار K برای ستونهایی که انتقال جانبی دارند و ستونهای که بدون انتقال جانبی هستند متفاوت می باشند.

الف) قاب مهار شده

اگر از تغییر مکان جانبی نسبی بین دو انتهای ستون جلوگیری شود، قاب به صورت مهار شده در برابر جابجایی جانبی تلقی می گردد و برای یک ستون واقع در یک قاب مهار شده متصل به تیرهای با سختی خمشی بی نهایت، انتهای ستون قادر به چرخش نبوده و ستون در دو انتها به صورت گیردار عمل خواهد کرد. در این حالت طول مؤثر ستون عبارتست از $KL= L/2$ یا $K= 0.5$.

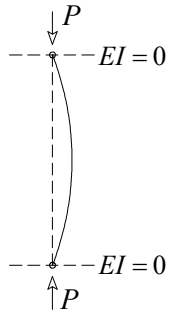
اما اگر تیرها دارای سختی خمشی صفر باشند، ستون همانند دو سر مفصل عمل می کنند و $KL= L$ یا $K=1$

بنابراین ستونها در قابهای مهار شده دارای $0.5 < K<1.0$ می باشند.



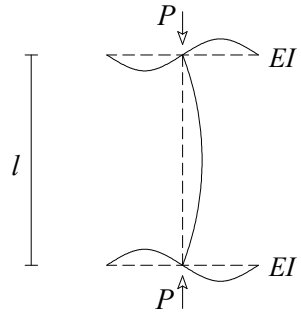
سختی خمشی تیرهای متصل به دو انتها بینهایت است.

K=0.5



سختی خمشی تیرهای متصل به دو انتها صفر است.

K=1



سختی خمشی تیرهای متصل به دو انتها **EI** *است.*

0.5<K<1.0

نکته:

مطابق آیین نامه آبا مقدار K برای حالت مهار شده به صورت زیر تعیین می گردد:

$$K = min\begin{cases} \mathrm{K} = 0.7 + 0.1\psi_{\mathrm{m}} \leq 1.0 \\ \mathrm{K} = 0.85 + 0.05\psi_{\mathrm{min}} \leq 1.0 \end{cases}$$

که مقدار K نباید کمتر از 0.6 در نظر گرفته شود چون رسیدن به حالت مفصل ایده ال کمتر اتفاق می افتد.

ψ :پارامتر نشان دهنده شرایط تکیه گاهی انتهایی عضو فشاری و یا به عبارتی بیانگر درجه گیرداری انتهای ستون می باشد.

$$\psi \text{ درهرگره} = \frac{\sum(\frac{EI_c}{L})}{\sum(\frac{EI_b}{L})}$$

$\sum(\frac{EI_c}{L})$: مربوط به ستونهای متصل به گره

$\sum(\frac{EI_b}{L})$: مربوط به تیرهای متصل به گره

L_c و L_b طول مرکز به مرکز ستون و تیرمی باشد.

ψ_m : متوسط ψ دو انتهای عضو فشاری

ψ_{min} : کوچکترین مقدار ψ در دو انتهای عضو فشاری

نکته:

برای ستونهای طبقه همکف، برای ستون با اتصال گیردار از نظر تئوری $\psi = 0$ که از نظر علمی $\psi = 1$ اختیار می شودو برای ستونهای با اتصال مفصلی از نظر تئوری $\psi = \infty$ که از نظر علمی $\psi = 10$ اختیار می شود.

I_g : ممان اینرسی کلی مقطع بتنی ترک نخورده بدون منظور نمودن سطح مقطع میلگردها

I_c, I_b: ممان اینرسی مقطع بتنی ترک خورده تیر و ستون

$I_b = 0.35\ I_{gb}$
$I_c = 0.7\ I_{gc}$

نکته: در قابهای مهار شده می توان مقدار k را جهت اطمینان ۱ در نظر گرفت.

ب) قاب مهار نشده

ضریب طول مؤثر برای ستونهای قاب مهار نشده به صورت زیر است:

$$K = \begin{cases} \text{اگر} \quad \psi_m < 2 \quad \rightarrow \quad K = (1 - 0.05\psi_m).\sqrt{1 + \psi_m} \geq 1.0 \\ \text{اگر} \quad \psi_m \geq 2 \quad \rightarrow \quad K = 0.9 + \sqrt{1 + \psi_m} \end{cases}$$

نکته: در ستون مهار نشده ای که یک انتهای آن مفصلی باشد ضریب طول موثر از رابطه زیر به دست می آید:

$K = 2 + 0.3\ \psi$

که در رابطه فوق، ψ مربوط به انتهای غیر مفصلی است.

نکته: برای ستونهای مهار نشده ، K لازم است بزگتر از 1.2 اختیار شود.

نکته: برای تعیین تقریبی K می توان از جداول آماده که بر اساس شرایط گیرداری انتهای ستون است استفاده کرد.

ضریب لاغری $\frac{K.L_u}{r}$:

ضریب لاغری در مسائل مربوط به کمانش ستونها مورد استفاده قرار می گیرد.

الف) در قاب مهارشده به شرط زیر ستون لاغر نیست

ب) در قاب مهارنشده به شرط زیر ستون لاغر نیست

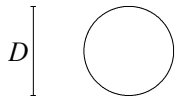
در تعیین لاغری ستونها از ضریب لاغری استفاده می شود که r شعاع ژیراسیون است.

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$$

I_g : ممان اینرسی کل، مقطع بتنی ترک نخورده در حول محور خمش

A_g : سطح مقطع کلی، مقطع بتنی ترک نخورده

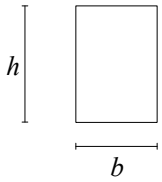
نکته: در مقاطع دایره ای شکل شعاع ژیراسیون 0.25 قطر در نظر گرفته می شود.



r = 0.25 D

نکته: در مقاطع مستطیلی شعاع ژیراسیون مساوی 0.3 بعد کلی مقطع در امتدادی که اثر لاغری مورد بررسی است، در نظر گرفته می شود.

r = 0.3 b
r = 0.3 h



روشهای آئین نامه ای طراحی ستونهای لاغر:

آئین نامه بتن ایران سه روش برای منظورنمودن اثر لاغری در طراحی پیشنهاد می نماید.

۱- آنالیز دقیق بر مبنا ء تحلیل مرتبه دوم قاب : در این روش نیروها و ممان ها در عضو فشاری توسط آنالیز سازه ای درجه دوم به دست می آید که در آن تمامی اثرات لاغری شامل تغییر شکل ستونها و قابها بر اثر ممانها، اثرات بار محوری، تغییرات ممان اینرسی (به دلیل ترک خوردگی) بر سختی اعضا ء و اثر بارهای پایدار لحاظ می گردد. تنها زمانی می توان از این روش استفاده کرد که لاغری در محدوده زیر باشد.

(KL_U / r) مجاز < 200

۲- روش تشدید ممانهای خمشی :

در این روش نیروها و ممانهای ضریبدار با استفاده از روش های متداول آنالیز الاستیک قاب تعیین می گردند. برای منظور نمودن اثرهای لاغری، ممان به دست آمده در ضرایب تشدید ضرب می شود.

۳- روش تقلیل ظرفیت باربری :

ضریب تقلیل باربری ، R کوچکتر از ۱ می باشد. در این روش نیروی محوری و ممان خمشی به دست آمده از آنالیز الاستیک معمولی بر ضریب تقلیل باربری تقسیم می شوند.

روش تشدید ممانهای خمشی

در قطعات فشاری که $\frac{K.L_u}{r} < 100$ است می توان از روش تشدید ممان استفاده کرد.

الف) قاب های مهار شده :

برای قطعات فشاری مهار شده طبق آبا در صورتیکه رابطه زیر برقرار باشد می توان از اثر لاغری صرفنظر کرد.

$$\frac{K.L_u}{r} \leq 34 - 12(\frac{M_1}{M_2})$$

و در غیر این صورت ستون را باید بلند (لاغر) در نظر بگیریم.

M_1 : کوچکترین ممان خمشی نهایی، مقدار M_1 مثبت است اگر انحنا ء ستون در یک جهت باشد و منفی است اگر انحنا ستون در دو جهت باشد.

M_2 : بزرگترین ممان خمشی نهایی، مقدار M_2 همواره مثبت فرض می شود.

ممان طراحی از رابطه مقابل محاسبه می شود

$$M_c = \delta_b . M_2$$

δ_b : ضریب تشدید به علت انحنای عضو

M_C : ممان خمشی نهایی تشدید شده

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - \frac{P_u}{\varphi_n . P_c}}$$

$\varphi_n = 0.65$: ضریب کاهش مقاومت

P_u: بار محوری فشاری نهایی عضو

C_m : زمانی که در فاصله بین دو انتهای ستون بار جانبی وارد نشود از رابطه زیر به دست می آید:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$

در سایر موارد $c_m = 1$

P_c : بار بحرانی اولر

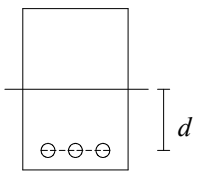
$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(KL_u)^2}$$

L_u : ارتفاع آزاد ستون از زیر کف تا روی ستون که در آن

EI_e : سختی خمشی موثر ستون

$$EI_e = \frac{0.2E_c . I_g + E_s . I_{se} c_m}{1 + \beta_d}$$

I_{se} : ممان اینرسی سطح مقطع آرماتورها نسبت به محور مرکزی مقطع عضو



β_d : ضریب تاثیر خزش که نسبت بار محوری مرده نهایی به کل بار محوری نهایی است.این ضریب برای لحاظ نمودن تاثیر خزش می باشد.

همچنین می توان EI_e را به طور تقریبی و در جهت اطمینان از رابطه زیر به دست آورد.

$$EI_e = 0.25E_c.I_g$$

E_c : مدول گسیختگی بتن

$$E_c = 5000\sqrt{f_c}$$

f_c : مقاومت نمونه ها بر مبنای نمونه های استوانه ای است.

حداقل خروج از مرکزیت بار :

در صورتیکه تحلیل الاستیک نشان دهد که هیچگونه ممان و یا ممان های کوچکی در دو انتهای ستون وجود دارد، باید یک خروج از مرکزیت حداقل $e = (15 + 0.03\ h)$ برای نیروی محوری نهایی P_u اختیار شود.

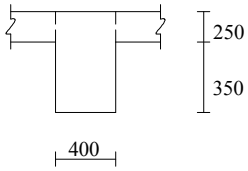
$$M_{2\,min} = P_u.(15 + 0.03h)$$

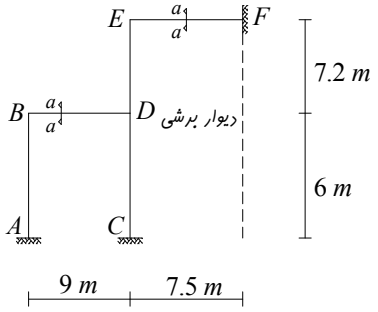
که در این حالت اگر $M_2 < M_{2min}$ باشد لنگر M_{2min} باید تشدید گردد.

h : بعدی از مقطع ستون در امتداد ممان وارده (عمود بر محور خمش) که 15 و h بر حسب میلی متر می باشند.

مثال۱ : یک قاب مربوط به یک ساختمان صنعتی مطابق شکل در اختیار می باشد مطلوبست طراحی ستونهای CD و DE

$f_c = 21\,N/mm^2$
$f_c = 400\,N/mm^2$
$d' = 50\,mm$





تحلیل نیروهای محوری و ممانهای مؤثر بر اساس آنالیز الاستیک در شرایط سرویس دهی برای ستونهای یاد شده به شرح زیر می باشد.

	CD	DE
بار محوری P (مرده و زنده)	D = 356 KN L= 107 KN	D = 223 KN L = 62 KN
ممان موثر در قسمت فوقانی ستون (مرده و زنده)	D= -81.6 KN.m L = -19 KN.m	D = 57 .7 KN.m L = 15 KN.m
ممان موثر در قسمت تحتانی ستون (مرده و زنده)	D= -28.6 KN.m L = -10.9 KN.m	D = - 43.5 KN.m L = -10.9 KN.m

* ممان انتهایی در جهت عقربه های ساعت مثبت در نظر گرفته شده است .

تعیین بارهای ضریب دار :

الف : ستون CD

$P_u = 1.25D + 1.5\,L$
$P_u = 1.25(356) + 1.5\,(107) = 605.5$ KN

$M_u = 1.25M_D + 1.5\,M_L$
M_u (Top) = 1.25(-81.6) + 1.5(-19) = -130.5 KN.m
M_u (Bot) = 1.25(-28.6) + 1.5(-10.9) = -52.1 KN.m

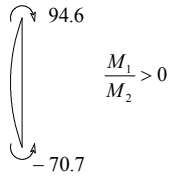
$M_1 = -52.1$
$M_2 = +130.5$

$\frac{M_1}{M_2} < 0$

انحنا مضاعف فرض می کنیم

ب- ستون DE

$P_u = 1.25(223) + 1.5(62) = 371.8$ KN
$M_u = 1.25(57.7) + 1.5(15) = 94.6$ KN.m
$M_u = 1.25(-43.5) + 1.5(-10.9) = -70.7$ KN.m



$M_1 = -70.7$
$M_2 = +94.6$

انحناء ساده فرض می کنیم

تخمین ابعاد ستون :

$$A_g \geq \frac{P_u}{0.45(f_c + \rho_{st}.f_y)}$$

این رابطه بر اساس ستون کوتاه تحت اثر بار محوری بدست آمده است که اگر:

$$\rho_{st} = 1.5\%$$

$$A_g \geq \frac{605.5 \times 10^3}{0.45(21 + 0.015 \times 400)} = 49835$$

$$\sqrt{A_g} = 223\ mm$$

با توجه به احتمال ستون لاغر و همچنین تاثیر ممان خمشی ابعاد مقطع را 350 mm × 350 mm انتخاب می شود .

کنترل لاغری :

تعیین ضریب طول موثر کمانش k

$$\psi = \frac{\sum(\frac{EI_c}{L})}{\sum(\frac{EI_b}{L})} = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})}$$

$I_c = 0.7\ I_{gc}$
$I_b = 0.35\ I_{gb}$

$$I_{gc} = \frac{1}{12} \times (350)^4 = 1.25 \times 10^9\ \ mm^4$$
$$I_{gb} = 2 \times (\frac{1}{12} \times (400) \times (600)^3) = 1.44 \times 10^{10}\ \ mm^4$$

نکته: چون مقطع تیر T شکل عمل می کند، ممان اینرسی آن را می توان در حدود دو برابر مستطیل جان در نظر گرفت.

$$I_c = 0.7 I_{gc} = 8.75 \times 10^8\ mm^4$$
$$I_b = 0.35 I_{gb} = 5.04 \times 10^9\ mm^4$$

برای ستون CD :

$\psi_c = 1.0$ انتهای گیردار

$$\psi_D = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75\times10^8}{6000} + \frac{8.75\times10^8}{7200}}{\frac{5.04\times10^9}{9000}} = 0.48$$

$$\psi_m = \frac{1+0.48}{2} = 0.74$$

$$\psi_{min} = \psi_D = 0.48$$

$$K = min\begin{cases} \mathrm{K} = 0.7 + 0.1\psi_{\mathrm{m}} = 0.77 \le 1.0 \\ \mathrm{K} = 0.85 + 0.05\psi_{\mathrm{min}} = 0.87 \le 1.0 \end{cases}$$

$$K = 0.77 > 0.6 \ \surd$$

برای ستون DE :

$\psi_D = 1.0$ از بالا

$$\psi_E = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75\times10^8}{7200}}{\frac{5.04\times10^9}{7500}} = 0.18$$

$$\psi_m = \frac{0.18+0.48}{2} = 0.33$$

$$\psi_{min} = \psi_E = 0.18$$

$$K = min\begin{cases} \mathrm{K} = 0.7 + 0.1\psi_{\mathrm{m}} = 0.73 \le 1.0 \\ \mathrm{K} = 0.85 + 0.05\psi_{\mathrm{min}} = 0.86 \le 1.0 \end{cases}$$

$$K = 0.73 > 0.6 \ \surd$$

تعیین ضریب لاغری:

حال وضعیت لاغری را برای ستونهای فوق کنترل می نماییم :

برای ستون CD :

$L_u = 6 - 0.6 = 5.4\,m$

$K = 0.77$

$r = 0.3h = 0.3\times350 = 105\,mm$

$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{0.77\times5400}{105} = 39.6 < 100$$

$$\frac{K.L_u}{r} = 39.6 > 34 - 12\frac{M_1}{M_2} = 34 - 12\left(-\frac{52.1}{130.5}\right) = 38.8$$

ستون لاغر است.

برای ستون DE :

$L_u = 7.2 - 0.6 = 6.6\,m$

$K = 0.73$

$r = 0.3h = 0.3\times350 = 105\,mm$

$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{0.73\times6600}{105} = 45.9 < 100$$

$$\frac{K.L_u}{r} = 45.9 > 34 - 12\frac{M_1}{M_2} = 34 - 12\left(\frac{70.7}{94.6}\right) = 25$$

ستون لاغر است.

هر دو ستون در موقعیت لاغر قرار گرفتند و باید تشدید شوند.

تعیین ممان تشدید شده:

$$M_c = \delta_b . M_2$$
$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.65 P_c}}$$

ستون CD:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$
$$C_m = 0.6 + 0.4\left(-\frac{52.1}{130.5}\right) = 0.44 \geq 0.4 \ \surd$$

$$EI_e = 0.25\, E_c I_g$$
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 22913\ N/mm^2$$
$$EI_e = 0.25\, E_c I_g = 0.25 \times 22913 \times 1.25 \times 10^9 = 7.16 \times 10^{12} = N.mm^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K. L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 7.16 \times 10^{12}}{(0.77 \times 5400)^2} \times 10^{-3} = 4087.4\ KN$$

$$\delta_b = \frac{0.44}{1 - \frac{605.5}{0.65 \times (4087.4)}} = 0.68 < 1.0$$
$$\delta_b = 1$$

نتیجه: ستون از طریق محاسبات مربوط به ستون کوتاه نیز قابل طراحی است.

$$M_c = \delta_b . M_2 = M_2$$

کنترل M_2 با M_{min}:

$$M_{min} = P_u . e_{min} = P_u . (15 + 0.03h) = 605.5(15 + 0.03 \times 350) = 15440\ KN.mm$$
$$M_{min} = 15.440\ KN.m < M_2 = 130.5$$

ممان طراحی

$$M_c = M_2 = 130.5\ KN.m$$

ستون DE:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$
$$C_m = 0.6 + 0.4\left(+\frac{70.7}{94.6}\right) = 0.899 \geq 0.4$$

$$EI_e = 0.25\, E_c I_g$$
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 22913\ N/mm^2$$
$$EI_e = 0.25\, E_c I_g = 0.25 \times 22913 \times 1.25 \times 10^9 = 7.16 \times 10^{12} = N.mm^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K. L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 7.16 \times 10^{12}}{(0.73 \times 6600)^2} \times 10^{-3} = 3044\ KN$$

$$\delta_b = \frac{0.899}{1 - \frac{371.8}{0.65 \times (3044)}} = 1.11 < 1.0$$
$$\delta_b = 1.11$$

کنترل M_2 با M_{min} :

$$M_{min} = P_u.e_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 371.8(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3}$$
$$= 9.48\ KN.m$$
$$M_{min} = 9.48\ KN.m < M_2 = 94.8\ KN.m$$
$$M_c = \delta_b.M_2 = 1.11 \times 94.8 = 105\ KN.m$$

طراحی ستون CD :

$P_u = 605.5$ KN
$P_u = 130.5$ KNm

$$\frac{P_u}{\varphi_c.f_c.b.h} = \frac{605 \times 10^3}{0.6 \times 21 \times 350^2} = 0.39$$
$$\frac{M_u}{\varphi_c.f_c.b.h^2} = \frac{130.5 \times 10^6}{0.6 \times 21 \times 350^3} = 0.24$$
$$\gamma = \frac{h - 2\acute{d}}{h} = \frac{350 - 2 \times 50}{350} = 0.71$$

چهار طرف فولاد گذاری اختیار می شود.

$\gamma = 0.7$ $\mu\rho = 0.75$
$\gamma = 0.71$ $\mu\rho = ?$
$\gamma = 0.8$ $\mu\rho = 0.62$

از درونیابی خطی برای $\gamma = 0.71$ داریم $\mu\rho = 0.737$

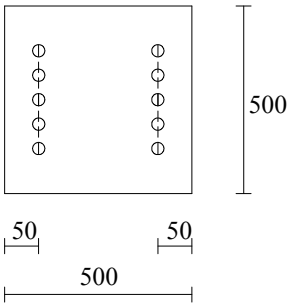
$$\mu = \frac{f_y}{f_{cd}} = 31.75$$
$$\rho = 0.023$$
$$A_s = \rho.b.h = 0.023 \times 350^2 = 2844\ mm^2$$
Use 12Ø18

به طور مشابه طراحی ستون DE انجام می گیرد .

مثال۲ : در یک قاب ساختمانی مهار شده، نیروهای زیر در یک ستون داخلی به وجود می آید.

$P_u = 3000$ KN و در هر دو انتها $M_u = 290$ KN.m و تولید انحنای خمشی ساده متقارن می نماید. طول آزاد ستون برابر 5 m و ابعاد آن مطابق تصویر می باشد. ستون را طراحی کنید.

$f_c = 30\ N/mm^2$
$f_y = 400\ N/mm^2$



محاسبه ضریب طول موثر k :

چون قاب مهار شده می باشد $0.5 < k < 1$ خواهد بود و k به طور محافظه کارانه برابر ۱ در نظر گرفته می شود. K=1

کنترل لاغری :

$$\frac{K.L_u}{r} \le 34 - 12\frac{M_1}{M_2}$$
$$r = 0.3h = 0.3 \times 500 = 150$$
$$L_u = 5000\ mm$$
$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{1 \times 5000}{150} = 33 < 100$$
$$\frac{K.L_u}{r} \le 34 - 12\frac{M_1}{M_2} = 22$$

ستون لاغر است.

تعیین ممان تشدید یافته :

$$M_c = \delta_b.M_2$$
$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\varphi_n.P_c}}$$

برای انحنای خمشی ساده متقارن

$$C_m = 1$$
$$\varphi_n = 0.65$$
$$P_c = \frac{\pi^2.EI_e}{(K.L_u)^2}$$
$$EI_e = 0.25E_c.I_g$$
$$E = 5000\sqrt{f_c} = 27386$$
$$I_g = \frac{1}{12} \times 500^4 = 5.21 \times 10^9\ mm^4$$

$EI_e = 0.25E_c.I_g = 3.57 \times 10^{13}$

$P_c = \frac{\pi^2.EI_e}{(K.L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 3.57 \times 10^{13}}{(1 \times 5000)^2} = 14049\ KN$

$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\varphi_n.P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{3000}{0.65 \times 14049}} = 1.49$

$M_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 3000(15 + 0.03 \times 500) \times 10^{-3} = 90\ KN.m$

$M_{min} = 90\ KN.m < M_2 = 290\ KN.m$

$M_c = \delta_b.M_2 = 1.49 \times 290 = 432\ KN.m$

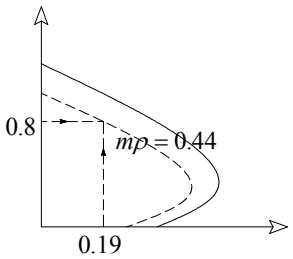
محاسبه سطح مقطع فولاد لازم :

$\frac{P_u}{\varphi_c.f_c.b.h} = \frac{3000 \times 10^3}{0.6 \times 30 \times 500^2} = 0.67$

$\frac{M_u}{\varphi_c.f_c.b.h^2} = \frac{432 \times 10^6}{0.6 \times 21 \times 500^3} = 0.19$

$\gamma = \frac{h - 2\acute{d}}{h} = \frac{500 - 2 \times 50}{500} = 0.8$

دو طرفه فولاد گذاری اختیار می شود.



$\gamma = 0.8 \qquad \mu\rho = 0.44$

$\mu = \frac{f_y}{f_{cd}} = 22.2$

$\rho = 0.02$

$A_s = \rho.b.h = 0.02 \times 500^2 = 5000\ mm^2$

در هر وجه

Use 5Ø26

ب: قاب های مهار نشده:

اگر

$$\frac{K.L_u}{r} \leq 22$$

نباشد ستون لاغر است.

در شرایطی که قاب مهار نشده می باشد، می بایستی هر کدام از ترکیبات بارگذاری را به صورت جداگانه در نظر بگیریم. به این معنا که برخی از بارها باعث تغییر مکان قابل توجه می گردد. مانند بارهای جانبی و تعدادی دیگر معمولا" بارهای ثقلی تاثیر قابل ملاحظه ای در ایجاد تغییر مکان جانبی ندارند. ممانهای انتهایی ضریبدار ستون ناشی از بارهایی که باعث تغییر مکان جانبی می گردند با M_{1s} و M_{2s} نشان داده می شود. این ممانها به لحاظ تاثیر اثر $P.\Delta$ لازم است تشدید گردند.

ممانهای انتهایی ناشی از بارهایی که تغییر مکان جانبی را باعث نمی شوند با M_{1b} و M_{2b} نمایش داده می شوند و تشدید نمی شوند.

ممانهای طراحی برای قطعه فشاری به صورت زیر نوشته می شود.

$$M_1 = M_{1b} + \delta_s.M_{1s}$$
$$M_2 = M_{2b} + \delta_s.M_{2s}$$

$$\delta_b = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\varphi_n.\sum P_c}}$$

$\sum P_U$: مجموع بارهای قائم نهایی طبقه

$\sum P_c$: مجموع بارهای بحرانی ستونهایی از طبقه که در برابر تغییر مکان جانبی مقاومت می کنند.

φ_c : ضریب تقلیلیل مقاومت و برابر با 0.65

نکته:

برای ستونهای با ضریب لاغری زیاد یا بارهای سنگین، بویژه اگر:

$$\frac{L_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c.A_g}}}$$

ممکن است که ممان خمشی بین دو انتهای ستون از ماکزیمم ممانهای انتهایی تجاوز کند. در این مورد، ممان طراحی از رابطه زیر محاسبه می شود.

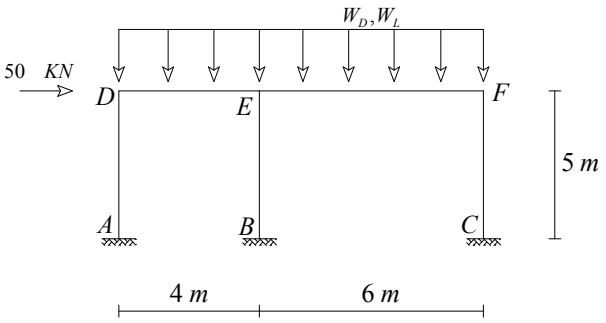
$$M_c = \delta_b.(M_{2b} + \delta_s.M_{2s})$$

کنترل پایداری سازه ها تحت اثر بارهای ثقلی:

یک قاب ممکن است در شرایط بارگذاری ثقلی تحت کمانش با انتقال جانبی قرار گیرد و به وضعیت ناپایداری برسد. طبق آیین نامه بتن ایران لازم است که این وضعیت کنترل شود. برای این منظور ترکیب بار $U = 1.25\ D + 1.5\ L$ اختیار می شود و مقدار δ_s با استفاده از $\sum P_U$ و $\sum P_c$ برای شرایط بارهای ضریبدار مرده و زنده بدست می آید و در صورتیکه $\delta_s > 2.5$ شود، نیاز به تجدید نظر در سختی قاب می باشد.

مثال ۳ : مطلوبست طراحی ستون CF از قاب مهار نشده نشان داده شده در تصویر زیر

$W_D = 20$ N/m
$W_L = 30$ N/m
ستونها با ابعاد 350× 350 mm
تیرها با ابعاد 300× 400 mm
$f_c = 28$ N/mm^2
$f_y = 400$ N/mm^2



نتایج آنا لیز ستون CF

ترکیب بارگذاری	P_u (KN)	M_{ub} (KN.m)	M_{ut} (KN.m)
1.25 D + 1.5 L	190	45	106
D + 1.2 L	152	36	85
1.2 E	10.12	50.5	36
0.85 D	46	11	26

* ممان ها در جهت خلاف عقربه های ساعت مثبت می باشند.

نتایج آنالیز نیروهای محوری در ستونهای AD و BE

ترکیب گذاری	نیروی محوری نهایی AD (KN)	نیروی محوری نهایی BE (KN)
1.25 D + 1.5 L	106	404
D + 1.2 L + 1.2 E	67	331
0.85 D + 1.2 E	7.4	106

حل:
نتایج آنالیز ستون CF در ترکیبات بارگذاری

ترکیب بارگذاری	P_u (KN)	M_{ub} (KN.m)	M_{ut} (KN.m)
1.25 D + 1.5 L	190	45	106
D + 1.2 L +1.2 E	162.12	86.5	121
0.85 D + 1.2 E	56.12	61.5	62

مرحله اول: کنترل لاغری

$$I_b = 0.35 \times \left(\frac{1}{12} \times 300 \times 400^3\right) = 5.6 \times 10^8\ mm^4$$
$$I_c = 0.35 \times \left(\frac{1}{12} \times 350^4\right) = 8.75 \times 10^8\ mm^4$$

$\psi_c = 1.0$ انتهای گیردار

$$\psi_F = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75 \times 10^8}{5000}}{\frac{5.6 \times 10^8}{6000}} = 1.88$$
$$\psi_B = \psi_A = 1$$
$$\psi_D = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75 \times 10^8}{5000}}{\frac{5.6 \times 10^8}{4000}} = 1.25$$
$$\psi_E = 0.75$$

ستون CF:

$$\psi_m = \frac{1.88 + 1}{2} = 1.44$$

$$\psi_m < 2 \qquad K = \left(1 - 0.05\psi_m\right).\sqrt{1 + \psi_m} = 1.45$$
$$L_u = 5000 - 200 = 4800\ mm$$
$$r = 0.3h = 0.3 \times 350 = 105\ mm$$

$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{1.45 \times 4800}{105} = 66.3 < 100$$
$$\frac{K.L_u}{r} = 66.3 > 22$$

ستون لاغر است.

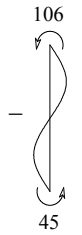
ترکیب بار اول: U = 1.25D + 1.5L

در این حالت ستون مهار شده در نظر گرفته می شود.(بارگذاری ثقلی)

$$M_2 = 106\ KN.m$$
$$M_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 190(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3} = 4.85\ < 106$$

تعیین δ_b:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$
$$C_m = 0.6 + 0.4\left(-\frac{45}{106}\right) = 0.43 \geq 0.4$$



$$EI_e = 0.25\ E_c I_g$$
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 26458\ N/mm^2$$
$$EI_e = 0.25\ E_c I_g = 0.25 \times 26458 \times 1.25 \times 10^9 = 8.27 \times 10^{12}\ N.mm^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K.L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 8.27 \times 10^{12}}{(1 \times 4800)^2} \times 10^{-3} = 3543 \text{ KN}$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.65 \times P_c}} = \frac{0.899}{1 - \frac{190}{0.65 \times (3543)}} = 0.47 < 1.0$$

$$\delta_b = 1.0$$

$$M_c = \delta_b . M_2 = 1.0 \times 106 = 106\ KN.m$$

برای طراحی:

$$P_u = 190\ KN$$
$$M_c = 106\ KN.m$$

ترکیب بار دوم: U = D + 1.2L +1.2E

δ_s بر مبنای قاب مهار نشده بدست می آید.

$$M_c = M_b + \delta_s . M_s$$
$$\sum P_u = 102.12 + 67 + 331 = 560.12\ KN$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K.L_u)^2}$$
$$EI_e = 0.25\ E_c I_g$$

ستون CF: K=1.45 $P_c = \frac{\pi^2 \times 8.27 \times 10^{12}}{(1.45 \times 4800)^2} \times 10^{-3} = 1685$ KN

ستون BE: K=1.31 $P_c = 2064$ KN

ستون AD: K=1.38 $P_c = 1860$ KN

$$\sum P_c = 1685 + 2064 + 1860 = 5609\ KN$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{560.12}{0.65 \times (5609)}} = 1.18$$

$$M_{min} = P_u . (15 + 0.03h) = 162.12(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3} = 4.13$$

$$M_B = 36 + 1.18 \times 50.15 = 95.18\ KN.m$$
$$M_T = 85 + 1.18 \times 36 = 127.48\ KN.m$$

برای طراحی:

$$P_u = 162.12\ KN$$
$$M_c = 127.48\ KN.m$$

ترکیب بار سوم: U = 0.85D + 1.2E

δ_s بر مبنای قاب مهار نشده بدست می آید.

$$M_c = M_b + \delta_s . M_s$$

$$\sum P_u = 56.12 + 7.4 + 106 = 169.52\ KN$$
$$\sum P_c = 5609\ KN$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{169.52}{0.65 \times (5609)}} = 1.05$$

$$M_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 56.12(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3} = 1.43\ KN.m$$

$$M_B = 11 + 1.05 \times 50.5 = 64.02\ KN.m$$
$$M_T = 26 + 1.05 \times 36 = 63.8\ KN.m$$

برای طراحی:

$$P_u = 56.12\ KN$$
$$M_c = 64.02\ KN.m$$

کنترل امکان ممان ماکزیمم در بین دو انتهای عضو:

الف) U=D+1.2L+1.2E

$$\frac{L_u}{r} = \frac{4800}{105} = 45.71$$

$$\frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c.A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{162.12 \times 10^3}{21 \times 350^2}}} = 139.4$$

$139.4 > 45.71$ ممان ماکزیمم در انتهای عضو می باشد

ب) U=0.85D+1.2E

$$\frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c.A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{56.12 \times 10^3}{21 \times 350^2}}} = 236.97$$

$236.97 > 45.71$ ممان ماکزیمم در انتهای عضو می باشد

کنترل کمانش جانبی تحت بار ثقلی: U=1.25D+1.5L

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} \geq 1.0$$
$$\sum P_u = 190 + 106 + 404 = 700\ KN$$

$$\sum P_c = 1685 + 2064 + 1860 = 5609\ KN$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{700}{0.65 \times (5609)}} = 1.24 < 2.5$$

کمانش با انتقال جانبی رخ نمی دهد و نیاز به تغییر سختی قاب نمی باشد.

طراحی ستون:

1- $P_u = 190\ KN\ ,\ M_u = 106\ KN.m$
2- $P_u = 162.12\ KN\ ,\ M_u = 127.48\ KN.m$ √
3- $P_u = 56.12\ KN\ ,\ M_u = 64.02\ KN.m$

کنترل کننده ترکیب بارگذاری $D + 1.2\ L + 1.2E$ است.

$$\frac{P_u}{f_{cd}.b.h} = \frac{162.12 \times 10^3}{0.6 \times 21 \times 350^2} = 0.105$$

$$\frac{M_u}{f_{cd}.b.h^2} = \frac{162.12 \times 10^3}{0.6 \times 21 \times 350^3} = 0.236$$

$$\gamma = \frac{h - 2\acute{d}}{h} = 0.71$$

از نمودار اندرکنش $\mu\rho = 0.84$

$$\mu = \frac{f_y}{f_{cd}} = 31.75$$

$$\rho = 0.026$$

$$\rho_{min} \le \rho \le \rho_{Max}$$

$$A_s = \rho.b.h = 0.026 \times 350^2 = 3185\ mm^2 \quad use\ 16\emptyset 16$$

روش تقلیل ظرفیت بار بری :

در این روش اثر لاغری با کاهش یا ضرب $R<1$ در ظرفیت (محوری و خمشی) ستون صورت می گیرد که به جای آن می توان نیروهای محوری و ممان خمشی بدست آمده از آنالیز الاستیک را بر R تقسیم کرد و مبنای طراحی قرار داد.

نکته: روش تقلیل ظرفیت باربری برای ستون دو سر مفصل بکار نمی رود.

نکته: در ستونهای مهار شده اگر $\frac{L_u}{r} < 80$ باشد می توان از این روش استفاده کرد.

نکته: در ستونهای مهار نشده اگر $\frac{\acute{K}.L_u}{r} < 40$ باشد و آرماتور منفی در تیرهای متصل به دو انتهای ستون کمتر از ۱٪ نباشد می توان از این روش استفاده کرد.

$$\acute{K} = 0.78 + 0.22\psi_m \geq 1$$

ضریب تقلیل ظرفیت باربری R برای ستون ها:

الف) ستون مهار شده

۱) ستون با انحنای مضاعف

$$R = 1.32 - 0.006\frac{L_u}{r}$$

۲) ستون با انحنای ساده

اگر $\frac{e}{h} \leq 0.1$

$$R = 1.23 - 0.008\frac{L_u}{r} \leq 1$$

اگر $\frac{e}{h} > 0.1$

$$R = 1.07 - 0.008\frac{L_u}{r} \leq 1$$

e : خروج از مرکزیت بار فشاری ستون

۳) چنانچه بار محوری در ستون از مقدار $0.1\ f_cA_g$ کوچکتر باشد ضریب R را می توان با درون یابی خطی بین $R=1$ برای حالت بدون بار محوری و R محاسبه شده در بندهای ۱و۲ برای بار محوری برابر $0.1\ f_cA_g$ بدست آورد.

ب) ستون مهار نشده

$$R = 1 - 0.008\frac{\acute{k}.L_u}{r}$$

اثر لاغری در ستونهای تحت اثر خمش در محوره:

ستون را باید یک بار حول محور x و یک بار حول محور y در صورت نیاز تشدید و در نهایت به صورت دو محوره طراحی کرد.

نکته: اثر لاغری در ستونهای تحت اثر خمش دو محوره برای هر یک از دو محور اصلی با توجه به شرایط گیرداری دو انتهای ستون حول همان محور به طور جداگانه محاسبه می شود.

تشدید ممان خمشی در تیرهای متصل به ستون:

در قاب های مهار نشده ، تیرهای متصل به ستون باید برای مجموع ممان های خمشی تشدید شده در هر انتهای ستون طراحی شوند.

مثال ۴ : حل مثال ۲ بر اساس روش تقلیل ظرفیت باربری

ستون مهار شده است بنابراین اگر $L_u/r < 80$ باشد می توان از روش فوق استفاده کرد.

$$L_u = 5000\ mm$$
$$r = 150\ mm$$
$$\frac{L_u}{r} = 33.3 < 80$$

ستون با انحنای ساده

$$e = \frac{M}{P} = \frac{290}{3000} = 97\ mm$$
$$\frac{e}{h} = \frac{97}{500} = 0.19 > 0.1 \quad \Rightarrow \quad R = 1.0 - 0.008\frac{L_u}{r} \leq 1$$
$$R = 1.07 - 0.008 \times 33.3 = 0.8$$

برای طراحی:

مقدار نیروی محوری و ممان خمشی نهایی بر ضریب فوق تقسیم شده و ستون براساس نیرو و ممان افزایش یافته طراحی می شود

$$P_u = \frac{3000}{0.8} = 3750\ KN$$
$$M_u = \frac{290}{0.8} = 363\ KN.m$$

مثال ۵ : حل مثال ۳ بر اساس روش تقلیل ظرفیت باربری (این روش در بین مهندسین بسیار محدود است).

ستون مهار نشده است بنابراین اگر $\frac{\acute{K}.L_u}{r} < 40$ باشد می توان از روش فوق استفاده کرد.

$$L_u = 4800\ mm$$
$$r = 105\ mm$$
$$\acute{K} = 0.78 + 0.22\psi_m \geq 1$$
$$\psi_m = 1.44$$
$$\acute{K} = 0.78 + 0.22 \times 1.44 = 1.1$$
$$\frac{\acute{K}.L_u}{r} = \frac{1.1 \times 4800}{105} = 50.3 > 40$$

روش تقلیل ظرفیت باربری صادق نمی باشد.